Nevelési és Tudományos Kutatási Minisztérium

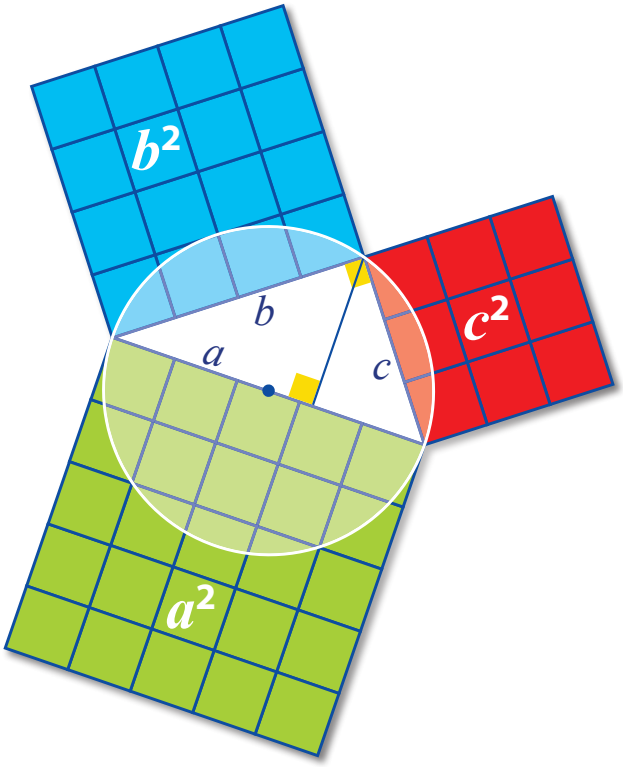
Mihaela Singer **Sorin Borodi** **Vlad Copil** **Emilia Iancu**

Maria Popescu **Vicențiu Rusu** **Cristian Voica**

A fordítás vezetője: **Mátéfi István**
Fordítók: **Hamar Erzsébet**, **Kása Márta**, **Szász Szilárd**, **Szilágyi Teréz Emőke**, **Tóth Csongor**, **Fekete Erzsébet-Noémi**

MATEMATIKA

Tankönyv a VII. osztály számára



SIGMA

A tanulók ingyenesen kapják a tankönyvet nyomtatott és digitális változatban, mely átadható négy tanéven keresztül, a 2019–2020-as tanévvel kezdve.

Megyei Tanfelügyelőség .....
Iskola / Kollégium / Líceum .....

EZT A TANKÖNYVET HASZNÁLTA:

Évfolyam	Tanuló neve	Osztály	Tanév	A tankönyv állapota*			
				Nyomatott változat		Digitális változat	
				átvételkor	átadáskor	átvételkor	átadáskor
1							
2							
3							
4							

*A tankönyv állapotának meghatározásához a következő kifejezéseket használják: új, jó, gondozott, gondozatlan, megrongált.

A pedagógusok ellenőrzik a táblázatba írt információk helyességét.

A tanulók semmilyen jelet nem írhatnak a tankönyvbe.

Szakmai tanácsadók: Conf. univ. dr. Eugen Păltănea
Prof. gr. I Consuela Voica
Szerkesztő: Nicoleta Puiu
Illusztrátor: Anita Ionescu
Tördelőszerkesztők: Dana Manolescu, Răzvan Anisoiu
Borító: Dana Manolescu, Răzvan Anisoiu
Képek: pixabay.com; freepik.com; wikipedia.org; commons.wikimedia.org; pxhere.com; flickr.com; vecteezy.com.

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României
Matematika: tankönyv a VII. osztály számára/ Mihaela Singer (coord.), Sorin Borodi, Vlad Copil, ... - Bukarest : Sigma, 2019
ISBN 978-606-727-393-9

I. Singer, Mihaela
II. Borodi, Sorin
III. Copil, Vlad

51

Tankönyvet magyar nyelvre fordították:
A fordítás vezetője: **Mátéfi István**
Fordítók: **Hamar Erzsébet**, **Kása Márta**, **Mátéfi István**, **Szász Szilárd**, **Szilágyi Teréz Emőke**, **Tóth Csongor**.
Korrektor: **Fekete Erzsébet-Noémi**
Tördelőszerkesztő: **Szász Szilárd, Szilágyi Teréz Emőke, Tóth Csongor**

© 2019 Sigma Kiadó

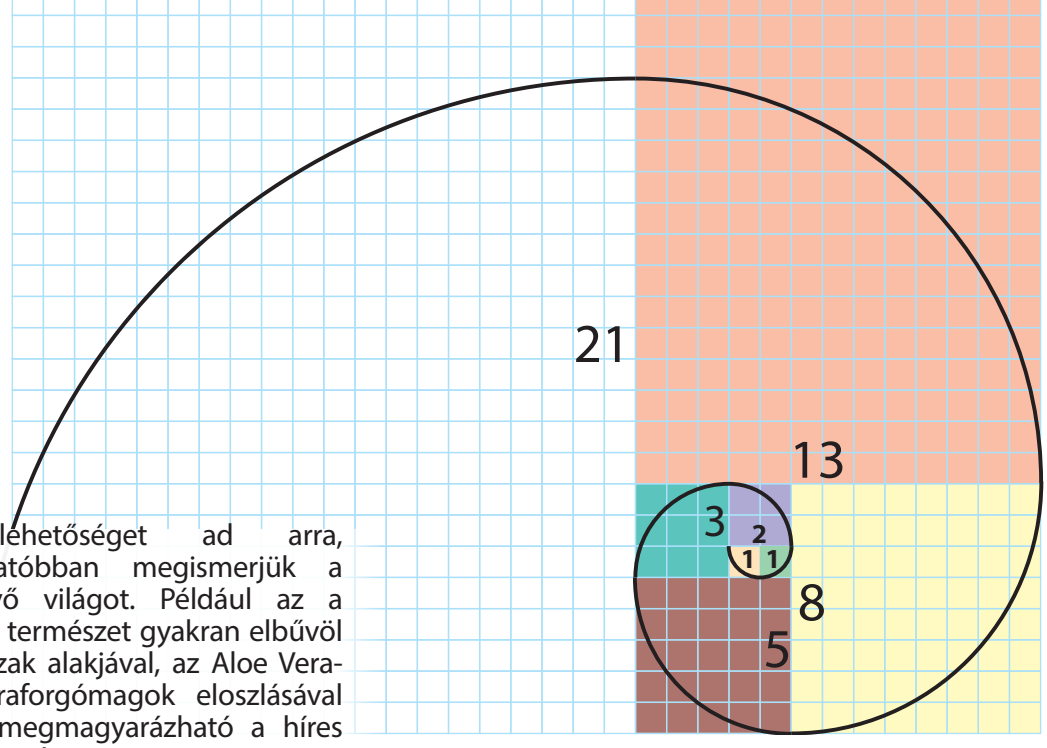
A Sigma Kiadó részéről minden jog fenntartva.

A kiadó hozzájárulása nélkül sem a mű, sem annak része semmiféle formában nem sokszorosítható.

ISBN: **978-606-727-393-9**

Sigma Kiadó
Központi székhely
Str. G-ral Berthelot, nr. 38, sector 1, București, cod: 010169
Tel.: 021.243.40.14; 0748.100.719
E-mail: office@librariesigma.ro
Web: www.librariesigma.ro

Megrendelés - Postacím
Str. Nicolae Cartojan, Nr. 11, București
Tel.: 021.243.40.52; 0748.100.719; 0758.044.827
E-mail: comenzi@librariesigma.ro



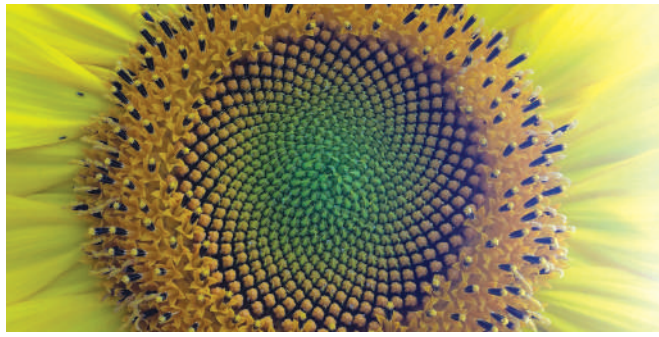
Előszó

A matematika lehetőséget ad arra, hogy mélyrehatóbban megismerjük a körülöttünk lévő világot. Például az a spirálforma, amellyel a természet gyakran elbűvöl bennünket (a csigaházak alakjával, az Aloe Vera-levelek, vagy a napraforgómagok eloszlásával stb.) matematikailag megmagyarázható a híres Fibonacci-sorozat tagjaival: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ... Ebből kindulva a 7. osztályos matematika-tananyag rávilágít a matematikai fogalmak és a mindennapi élet valós eseményei közti kapcsolatokra, valamint az algebra és a geometria kapcsolatára.

A tanulók e tankönyv használata során meggyőződhetnek arról, hogy a matematika alkalmas a mindennapi jelenségek magyarázatára, és olyan általános modelleket kínál, amelyek lehetővé teszik a gyakorlati feladatok megoldását. A tankönyv gazdag képanyaggal és kommunikációs formával rendelkezik. A tanuló párbeszédpartnerként jelenik meg, aki meg szeretné érteni a matematikai fogalmakat, mindezt játékosan megvalósítva. Az iskolai tantervben szereplő tartalmak ennek megfelelően vannak bemutatva és szemléltetve, hangsúlyt fektetve az általános és a speciális kompetenciák kialakítására és fejlesztésére.

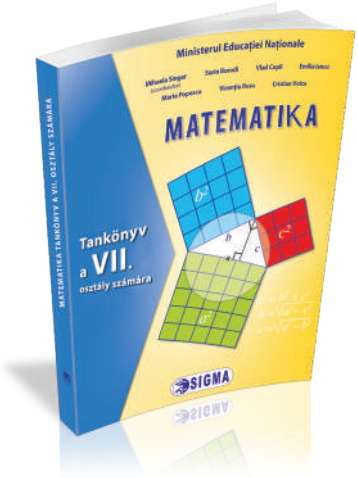
Értékelendő a tankönyv általános koncepciója és speciális grafikai megvalósítása is. A tanítási egységek standard, eredeti és egységes felépítésűek. A bemutatott témák gyakorlati jellegű ismertetése felkelti a tanulók érdeklődését. A kijelentések, feladatok megfogalmazásának módja a tanulók szintjének megfelelő; a megoldott feladatok aprólékosan vannak ismertetve, és a gyakorlati alkalmazások (minden lecke esetében négy különböző nehézségi szintre épülnek) figyelemre méltóak és változatosak. A matematikatanárok ebben a tankönyvben gazdag anyagot találnak az órák megszervezéséhez. Természetesen, a tankönyv legjobb bírálói a tanulók lesznek!

Dr. Eugen Păltănea, egyetemi docens



Mit kínál a tankönyv?

A tankönyv 9 tanulási egységet tartalmaz. Minden tanulási egység egy projektet, egy előzetes felmérőt, tanítási-tanulási témákat (leckékre bontva), ismétlő feladatokat, összefoglaló és felmérő dolgozatokat tartalmaz.



A tanítási egység kezdő oldala a tanegység címét, egy projekt leírását és ennek megvalósításához szükséges útmutatásokat tartalmazza.

A problémahelyzet a lecke egy gyakorlati alkalmazását tartalmazza.

A projekt szakaszai

A lecke célja

4. Tanulási egység: Hosszúságok, kerületek

Projekt: Színes járdaelemek

Munkaterv

✔ **Szükséges eszközök:** papírlap, vonalzó, színes ceruza
✔ **Cél:** A felületek színes lefedésének a megvalósítása, és az így kapott felületek területének a

A projekt megvalósítása

Dolgozzatok hármas, négyes vagy ötös csoportokban!
✔ Készítsetek érdekes felületeket a színes sokszögek segítségével. Kreatív és sokszínű fantáziátokat használva hozzátok létre látványos alakzatokat. Az alábbiakban látható egy modell.
✔ Az elkészített képek mellé csatoljatok egy feladatlapot az alakzatokkal kapcsolatosan javasolt és megoldott feladatokkal.
✔ Keressetek elemmel jelölt gyakorlatokat, majd minden esetben:
- oldjátok meg a feladatot;
- egészítsétek ki a megoldást a feladathoz kapcsolódó rajzok hozzáadásával;
- kiindulva az eddigi feladatokból módosítsátok ezeket úgy, hogy újabb feladatokat kapjatok;
- a tevékenység befejezése után a csoport által elkészített anyagokból készítsetek egy posztert.

Kezdhetjük!
✔ Másoljátok le a füzetbe a mellékelt ábrát. (Figyeljétek meg pontosan, hogyan volt megrajzolva az ábra).
✔ Hány kicsi szabályos hatszög van az ábrán? Hány háromszög? Hány olyan paralelogramma, amelyet két háromszög alkot?
✔ Számítsátok ki az ábrán látható alakzat területét, tudva, hogy egy kék háromszög területe $2\sqrt{3}$ mm².

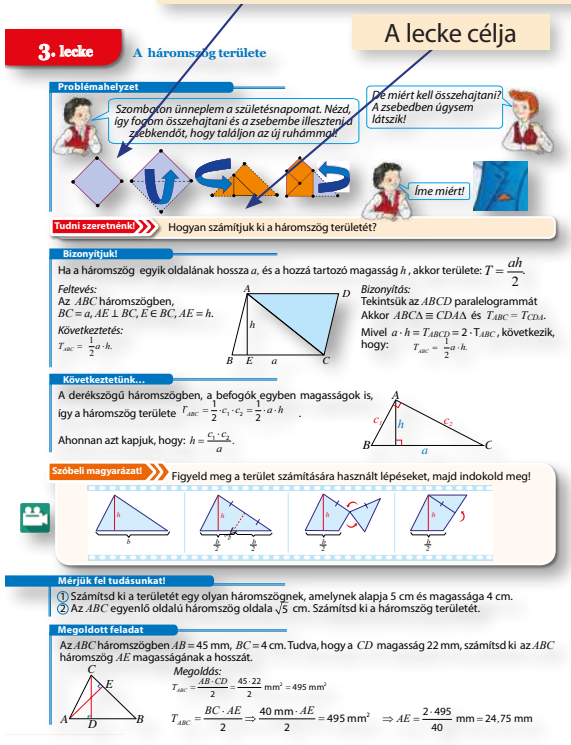
Közös munka

Csoportonként:
✔ Beszéljétek meg a projekt szakaszait, és osszátok el a feladatokat a csoport tagjai között.
✔ Oldjátok meg az egyéni feladatokat, majd együttműködve a csapattársaiddal végezzétek el a teljes feladatot.
✔ Beszéljétek meg a végső plakát arányát, amely tartalmazza a csapat által elkészített anyagot.

Bemutatás

Dolgozzatok az osztállyal közösen!
Függesszétek ki az elkészített plakátokat.
✔ Minden csapat értékelje a többi csapat által készített plakátot.
- Szavazással válasszátok ki azt a munkát, amely a legjobban tetszik.
- Figyelem! Tilos a csapatnak a saját plakátjára szavazni.

✔ Összeadva a csapatok által javasolt pontszámokat, határozzátok meg a végső sorrendet.



3. lecke A háromszög területe

Problémahelyzet

Szombaton ünneplem a születésnapomat. Nézd, így fogom összehajtani és a zsebembe illeszteni a zsebkendőt, hogy találjon az új ruhámmal!

De miért kell összehajtani? A zsebedben úgysem látszik!

Íme miért!

Tudni szeretnénk! Hogyan számítjuk ki a háromszög területét?

Bizonyítjuk!

Ha a háromszög egyik oldalának hossza a, és a hozzá tartozó magasság h, akkor területe: $T = \frac{ah}{2}$.

Feltevés:
Az ABC háromszögben, $BC = a$, $AE \perp BC$, $E \in BC$, $AE = h$.

Következtetés:
$T_{ABC} = \frac{1}{2} a \cdot h$.

Bizonyítás:
Tekintsük az $ABCD$ paralelogrammát
Akkor $ABC\Delta \equiv CDA\Delta$ és $T_{ABC} = T_{CDA}$.
Mivel $a \cdot h = T_{ABCD} = 2 \cdot T_{ABC}$, következik, hogy: $T_{ABC} = \frac{1}{2} a \cdot h$.

Következtetünk...

A derékszögű háromszögben, a befogók egyben magasságok is, így a háromszög területe $T_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot c_1 \cdot c_2 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h$.

Ahonnan azt kapjuk, hogy: $h = \frac{c_1 \cdot c_2}{a}$.

Szóbeli magyarázat! Figyeld meg a terület számítására használt lépéseket, majd indokold meg!

Mérjük fel tudásunkat!

① Számítsd ki a területét egy olyan háromszögnek, amelynek alapja 5 cm és magassága 4 cm.
② Az ABC egyenlő oldalú háromszög oldala $\sqrt{5}$ cm. Számítsd ki a háromszög területét.

Megoldott feladat

Az ABC háromszögben $AB = 45$ mm, $BC = 4$ cm. Tudva, hogy a CD magasság 22 mm, számítsd ki az ABC háromszög AE magasságának a hosszát.

Megoldás:
$T_{ABC} = \frac{AB \cdot CD}{2} = \frac{45 \cdot 22}{2}$ mm² = 495 mm²

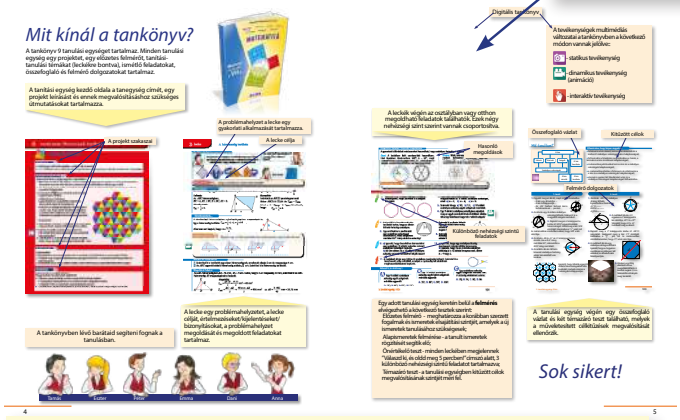
$T_{ABC} = \frac{BC \cdot AE}{2} \Rightarrow \frac{40 \text{ mm} \cdot AE}{2} = 495 \text{ mm}^2 \Rightarrow AE = \frac{2 \cdot 495}{40}$ mm = 24,75 mm

A lecke egy problémahelyzetet, a lecke célját, értelmezéseket/kijelentéseket/bizonyításokat, a problémahelyzet megoldását és megoldott feladatokat tartalmaz.

A tankönyvben lévő barátaid segíteni fognak a tanulásban.

Tamás Eszter Péter Emma Dani Anna

Digitális tankönyv



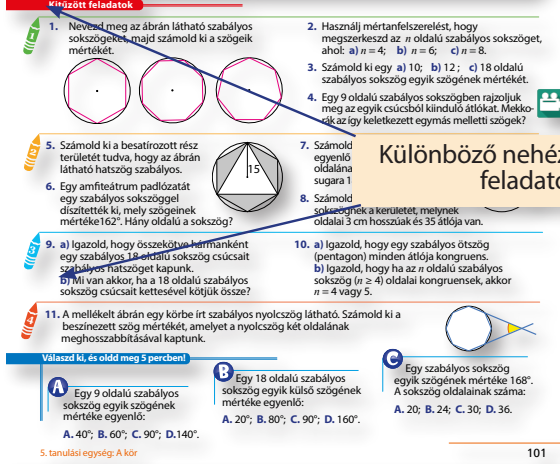
A tevékenységek multimédiás változatai a tankönyvben a következő módon vannak jelölve::

- statikus tevékenység
- dinamikus tevékenység (animáció)
- interaktív tevékenység

A leckék végén az osztályban vagy otthon megoldható feladatok találhatók. Ezek négy nehézségi szint szerint vannak csoportosítva.

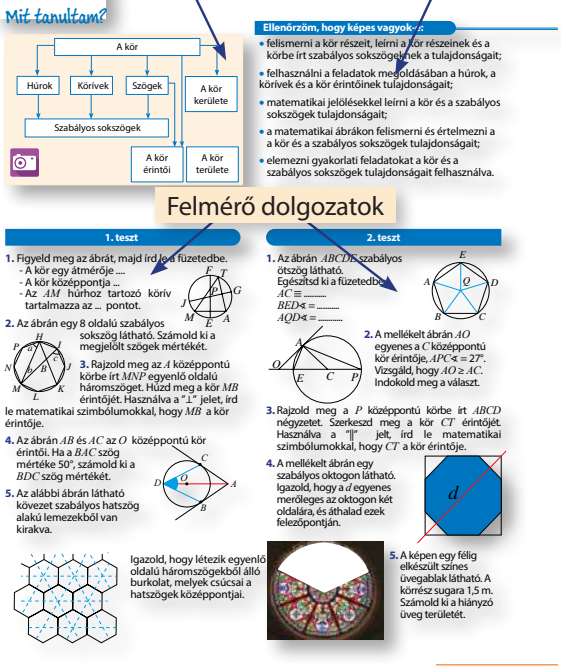
Hasonló megoldások

Különböző nehézségi szintű feladatok



Összefoglaló vázlat

Kitűzött célok



Egy adott tanulási egység keretén belül a **felmérés** elvégezhető a következő tesztek szerint:

- ✓ Előzetes felmérő - meghatározza a korábban szerzett fogalmak és ismeretek elsajátítási szintjét, amelyek a új ismeretek tanulásához szükségesek;
- ✓ Alapismeretek felmérése - a tanult ismeretek rögzítését segítik elő;
- ✓ Önértékelő teszt - minden leckében megjelennek "Válaszd ki, és oldd meg 5 percben!" címszó alatt, 3 különböző nehézségi szintű feladatot tartalmazva;
- ✓ Témazáró teszt - a tanulási egységben kitűzött célok megvalósításának szintjét méri fel.

A tanulási egység végén egy összefoglaló vázlat és két témazáró teszt található, melyek a műveletesített célkitűzések megvalósítását ellenőrzik.

Sok sikert!

Tartalomjegyzék

1. Tanulási egység: Számok és aritmetikai műveletek 8

Projekt: *Algebra és mértan a négyzethálón*. Előzetes felmérő 8
Természetes számok; racionális számok; felbontások 10
A racionális számokkal végzett műveletek elvégzésének sorrendje. Inverz műveletek 12
A négyzetszám négyzetgyöke 14
Egy szám négyzetgyökének becslése 16
Ismétlő feladatok. Tanegységzáró felmérők 18

2. Tanulási egység: Négyszögek 20

Projekt: *Párhuzamosság és szőnyegek*. Előzetes felmérő 20
Sokszögek 22
Egy konvex négyszög szögeinek összege 24
A paralelogramma. Értelmezés és tulajdonságok 26
Annak feltétele, hogy egy négyszög paralelogramma legyen 30
Sajátos paralelogrammák: téglalap, rombusz, négyzet; tulajdonságaik 34
A trapéz. Sajátos trapézok 38
A háromszög középvonala. A trapéz középvonala 42
Ismétlő feladatok. Tanegységzáró felmérők 46

3. Tanulási egység: A valós számok halmaza 48

Projekt: *A gyökök csigavonala*. Előzetes felmérő 48
Racionális számok, irracionális számok 50
A valós számok halmaza 52
A valós számok megközelítése 55
Számítási szabályok a négyzetgyökökkel 58
A valós számok összeadása és kivonása 61
A valós számok szorzása; mértani közép 64
Valós számok aránya 67
Valós szám egész kitevős hatványa 70
Műveletek elvégzésének sorrendje 72
Ismétlő feladatok. Tanegységzáró felmérők 74

4. Tanulási egység: Hosszúságok, kerületek, területek 76

Projekt: *Színes járdaelemek*. Előzetes felmérő 76
A szakaszok hosszának és a sokszögek kerületének kiszámítása 78
A paralelogramma területe; a rombusz területe 80
A háromszög területe 82
A trapéz területe 84
Ismétlő feladatok. Tanegységzáró felmérők 86

Általános kompetenciák
Sajátos kompetenciák

● Á.K.1. Matematikai adatok, mennyiségek és összefüggések azonosítása adott szövegkörnyezetben.

A valós számok halmazának különböző részhalmazaihoz tartozó számok azonosítása.

Egy adott helyzet azonosítása, amely megoldható egyenletekkel vagy lineáris egyenletrendszerekkel.

Egyes információk azonosítása táblázatokból, grafikonokból és diagramokból.

A négyszögek elemeinek és tulajdonságainak a felismerése egy adott mértani ábrán.

A kör és/vagy a szabályos sokszögek azonosítása egy adott mértani alakzaton.

A hasonló háromszögek azonosítása egy adott mértani alakzaton.

A derékszögű háromszögek elemeinek felismerése egy adott mértani alakzaton.

● Á.K.2. A különböző információforrásból adódó mennyiségi, minőségi, szerkezeti matematikai adatok feldolgozása.

Számítási szabályok alkalmazása a valós számok becslésére és megközelítésére.

A valós számokkal végzett számítási szabályok alkalmazása, az egyenlet és a lineáris egyenletrendszer megoldásának az igazolására.

Adatok ábrázolása grafikonokkal, táblázattal vagy statisztikai diagramokkal a feljegyzésük, feldolgozásuk és bemutatásuk érdekében.

A négyszög leírása a meghatározások és tulajdonságok felhasználásával az adott mértani alakzatban.

A kör és a körbe írt szabályos sokszögek tulajdonságainak leírása.

A háromszögek közötti hasonlósági esetek felismerése.

A metrikus összefüggések alkalmazása a derékszögű háromszögben bizonyos elemek meghatározására.

● Á.K.3. Sajátos fogalmak és eljárások alkalmazása különböző matematikai szövegkörnyetben.

Algoritmusok és a műveletek tulajdonságainak használata valós számokkal végzett számítások esetén.

Az egyenértékű átalakítások alkalmazása az egyenletek és lineáris egyenletrendszerek megoldása esetén.

A megfelelő módszer kiválasztása azon problémák ábrázolására, amelyekben függvényi kapcsolatok jelennek meg.A négyszög tulajdonságainak felhasználása a feladatok megoldásában.

A kör tulajdonságainak felhasználása a feladatok megoldásában.

A háromszögek hasonlóságának alkalmazása adott geometriai alakzaton, a hosszúság, a szögek mértékének és a területeknek a meghatározásához.

A metrikus összefüggések levezetése egy derékszögű háromszögben.

Á.K.4. Adott helyzet információinak, következtetéseinek és megoldásmenetének kifejezése a matematika sajátos nyelvezetének segítségével.

A valós szám fogalmához kapcsolódó matematikai nyelvezet használata (előjel, modulus, ellentétes, inverz elem).

Az egyenletek és egyenletrendszerek megoldásánál használt levezetés leírása.

Az adatszervezés egyes elemeinek a leírása a megfelelő matematikai nyelvezet segítségével.

A négyszögekkel kapcsolatok fogalmak geometriai ábrázolása.

A kör és a sokszögek tulajdonságainak leírása matematikai jelölésekkel.

A geometriai alakzatok tulajdonságainak leírása, hasonló háromszögekkel.

A derékszögű háromszög elemei közötti összefüggések kifejezése matematikai nyelvezettel.

Á.K.5. Adott helyzet matematikai tulajdonságainak elemzése.

Megoldási stratégiák kidolgozása valós számokat tartalmazó feladatokra.

Egyenletek és lineáris egyenletrendszerek megfelelő megoldási módszerének kiválasztása. Gyakorlati helyzetek elemzése adatszervezési elemek segítségével.

A megfelelő geometriai ábrázolás megválasztása a szakaszok hosszának, a szögek mértékének és a területek leghatékonyabb kiszámításához.

A kör és a sokszögek tulajdonságainak elemzése adott geometriai alakzaton.

A háromszögek hasonlóságának elemzése adott geometriai alakzaton.

A derékszögű háromszög elemei közötti metrikus összefüggések elemzése.

Á.K.6. Adott helyzet matematikai modellezése más területekről szerzett ismeretek felhasználásával

Valós számokkal végzett műveleteket igénylő helyzetek matematikai modellezése.

Egyes gyakorlati problémák átírása az egyenletek és/vagy egyenletrendszerek nyelvezetére.

Egy adott helyzet átültetése megfelelő ábrázolásba (szöveg, képlet, diagram, ábra).

Adott helyzetek modellezése négyszögek segítségével.

Szabályos sokszöget vagy kört tartalmazó gyakorlati helyzetek matematikai modellezése.

A háromszögek hasonlóságának alkalmazása különböző matematikai vagy gyakorlati feladatok megoldásában.

A derékszögű háromszögek megoldásának alkalmazása gyakorlati kérdések megoldására.

5. Tanulási egység: A kör 88

Projekt: *A hópelyhek geometriája*. Előzetes felmérő 88
A kör; a kör részei 90
Középponti szög. Kerületi szög. Szögek mértéke 92
Kongruens húrok és kongruens körívek 95
A kör középpontjának távolsága egy húrtól 98
Körbe írt szabályos sokszögek 100
A kör érintői 102
A kör kerülete; a körlap területe 105
Ismétlő feladatok. Tanegységzáró felmérők 108

6. Tanulási egység: Háromszögek hasonlósága 110

Projekt: *Művészet a fényképpel*. Előzetes felmérő 110
Arányos szakaszok 112
Egyenlő közű párhuzamosok. Alkalmazások 114
Thalész tétele. Thalész fordított tétele 116
Hasonló háromszögek 120
A hasonlóság alaptétele 122
A háromszögek hasonlósági esetei: O.O.O. 126
A háromszögek hasonlósági esetei: O.SZ.O. 128
A háromszögek hasonlósági esetei: SZ.SZ. 130
Hasonló háromszögek kerületének és területének aránya 132
Ismétlő feladatok. Tanegységzáró felmérők 134

7. Tanulási egység: Egyenletek és egyenletrendszerek 136

Projekt: *Egy problémás útszakasz*. Előzetes felmérő 136
Egy egyenlőség átalakítása vele ekvivalens egynlőséggé 138
Az $ax + b = 0$ alakú egyenlet, ahol $a, b \in \mathbb{R}$ 140
Lineáris kétismeretlenes egyenletrendszerek: a kiküszöbölés módszere 142
Lineáris kétismeretlenes egyenletrendszerek: a behelyettesítés módszere 144
Egyenletekkel és egyenletrendszerekkel megoldható feladatok 146
Ismétlő feladatok. Tanegységzáró felmérők 148

8. Tanulási egység: Metrikus összefüggések a derékszögű háromszögben 150

Projekt: *Játékok négyzetekkel és háromszögekkel*. Előzetes felmérő 150
Arányos szakaszok a derékszögű háromszögben 152
Pitagorasz tétele és Pitagorasz tételének fordított tétele; alkalmazások 155
Állandó arányok a derékszögű háromszögben 158
A derékszögű háromszög megoldása 162
Metrikus összefüggések szabályos sokszögekben 164
A távolságok megközelítése gyakorlati helyzetekben, felhasználva a metrikus összefüggéseket 167
Ismétlő feladatok. Tanegységzáró felmérők 170

9. Tanulási egység: Adatszervezés 172

Projekt: *Egy egészséges ebéd*. Előzetes felmérő 172
Két nem üres halmaz Descartes-szorzata 174
Derékszögű koordináta-rendszer a síkban; ábrázolások 176
A sík két pontja közti távolság 178
Függvényi kapcsolatok ábrázolása; gyakorisági poligon 180
Ismétlő feladatok. Tanegységzáró felmérők 184

Ismétlő gyakorlatok és feladatok 186

Útmutatások és megoldások 190

Projekt

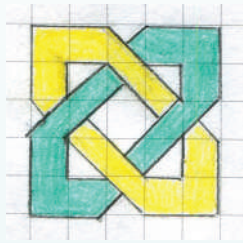
Algebra és mértan a négyzethálón

Munkaterv

✔ **Szükséges eszközök:** négyzethálós füzetlapok, vonalzó, színes ceruzák.
✔ **Cél:** Érdekes rajzokat fogtok készíteni adott hosszúságú szakaszokat rajzolva, majd meg fogjátok határozni az egyes szakaszok hosszát.

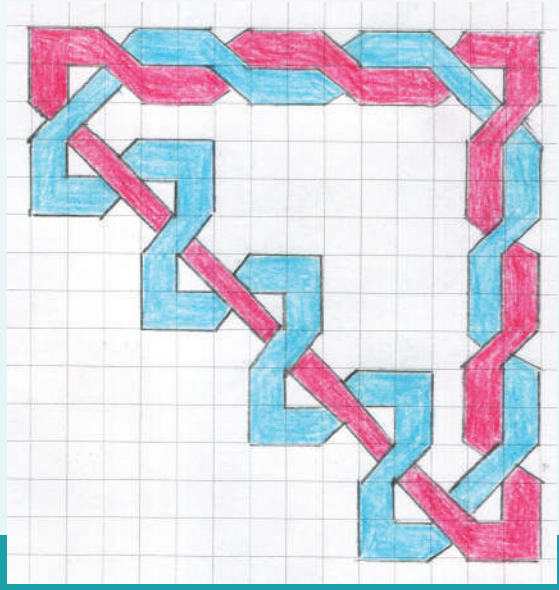
A projekt megvalósítása

Dolgozzatok hármas, négyes vagy ötös csoportokban!



✔ Színes ceruzákat használva készítsetek a négyzetes lapra az adott rajzokhoz hasonló „fonatok”- ból álló mintákat.

✔ Csatoljatok a rajzokhoz egy feladatlapot, amelyben:
- kifejezitek mindegyik rajzon szereplő „lánc” (zárt törtvonal) hosszát;
- használjatok megfelelő közelítéseket a hosszúságok kifejezésére;
- magyarázzátok el a számítások elvégzési módját.



✔ Hasznosítsátok a projektetekben az ábrával jelölt feladatokat. Ezekben az új módszerek segítségével fogjátok kiszámítani egyes szakaszok hosszát. Az általatok rajzolt mintákban használjatok olyan szakaszokat, melyeknek hosszát ezekben a feladatokban határoztátok meg.

✔ Egyesítsétek az elkészült anyagokat egy plakáton.

Kezdhetjük!

✔ Másoljátok be a füzetetekbe a mellékelt ábrát (megfigyelve a rajz elkészítési módját).

✔ Számítsátok ki a piros „láncot” szegélyező vízszintes és függőleges szakaszok teljes hosszát.

Közös munka

Csoportonként:
✔ Beszéljétek meg a projekt szakaszait, és osszátok el a feladatokat a csoport tagjai között.
✔ Oldjátok meg az egyéni feladatokat, majd együttműködve a csapattársaiddal végezzétek el a teljes feladatot.
✔ Beszéljétek meg a plakát végső alakját, amely tartalmazza a csapat által elkészített anyagot.

Bemutatás

Dolgozzatok az osztállyal közösen!
✔ Függesszétek ki az elkészített plakátokat.
✔ Minden csapat értékelje a többi csapat által készített plakátot.
- Szavazással válasszátok ki azt a munkát, amely a legjobban tetszik.
- Figyelem! Tilos a csapatnak a saját plakátjára szavazni.

✔ Összeadva a csapatok által javasolt pontszámokat, határozzátok meg a végső sorrendet.

Előzetes felmérő

Munkaidő: 50 perc

Az alábbi gyakorlatok megoldásával megtanulod azokat a fogalmakat, melyeket ebben a tanítási egységben felhasználsz majd. Minden feladat 1 pontot ér. Hivatalból 1 pont jár.

I. *Írd le azokat a szavakat, illetve eredményeket, amelyek a következő kijelentéseket igazzá teszik.*

Mértékegységek, átalakítások

1. Egészítsd ki a füzetedben a helyes válaszokkal!

a) 3,4 m = ... cm; **b)** 250 dm^2 = ... m^2.

Racionális számokkal végzett műveletek

2. Számítsd ki:

a) 1,2 + 3,56 = ...; **b)** 2,4 × 0,6 = ...; **c)** 8,25 : 1,5; **d)** $\frac{2}{3} - \frac{1}{6}$ = ...;

e) $\frac{3}{2} \cdot \frac{5}{4}$; **f)** $\frac{2}{5} : \frac{3}{10}$; **g)** 3009 – 109 = ...; **h)** 5 · (-7) = ...

Prímszámok

3. *„A felsorolt számok mind prímszámok: 13; 23; 43; 53; 73; 83.“* kijelentés logikai értéke ...

II. *A következő feladatoknál írd le a helyes válasz betűjelét.*

Racionális számok összehasonlítása

4. A –3,45; 2,2(32); 1; –12; 2,233 számok közül a legnagyobb:

A. –12; **B.** 2,233; **C.** 2,2(32); **D.** –3,45.

Oszthatóság

5. A □- tel jelölt helyre kerülő egyesek számjegye, amelyre a $\overline{402\square}$ szám osztható lesz 9-cel:

A. 10; **B.** 9; **C.** 8; **D.** 3.

Feladatok megoldási módszerei

6. Gergő választott egy számot, megszorozta 3-mal, és az eredményhez hozzáadott 5-öt, és végül 13,16-ot kapott. A Gergő által választott szám:

A. 2,64; **B.** 3,72; **C.** 2,72; **D.** 6,02.

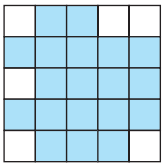
III. *Írd le az alábbi feladatok részletes megoldását:*

Területek

7. Számítsd ki a képen látható színes ábra területét, mértékegységnek a négyzetháló négyzetét használva. Dolgozz kétféleképpen:

a) határozd meg hány négyzetből áll az ábra;

b) számold ki hány négyzet van az ábrán kívül.

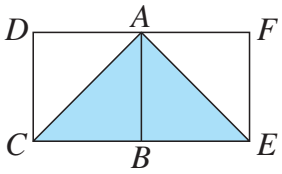


A háromszögek tulajdonságai

8. A mellékelt ábrán, $ABCD$ és $ABEF$ négyzetek.

a) Igazold, hogy az ABC és ADC háromszögek kongruensek.

b) Bizonyítsd be, hogy az ACE egyenlő szárú derékszögű háromszög.



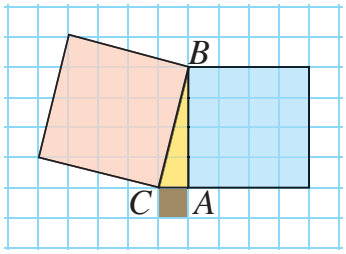
Pitagorasz tétele

9. Egy négyzetes lapra egy ABC derékszögű háromszöget, és annak minden oldalára egy-egy négyzetet rajzoltak (lásd a mellékelt ábrát).

a) Számítsd ki az AB és AC befogókra szerkesztett négyzetek területét tudva, hogy a négyzethálót alkotó négyzetek oldalhossza 0,5 cm.

b) Számítsd ki a BC átfogóra szerkesztett négyzet területét.

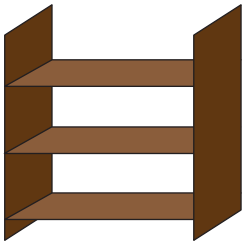
c) Írd fel az **a)** és **b)** pontban kiszámított területek közötti összefüggést.



Ha a teljes pontszám felénél kevesebb pontot értél el, akkor hasznos lenne átnézned a fent előforduló fogalmak értelmezését és tulajdonságait.

1. lecke Természetes számok; racionális számok; felbontások

Problémahelyzet



Daninak különböző vastagságú könyvei vannak: 1,8 cm vagy 2,5 cm vagy 2 cm. Egy három polcos állványt szeretne építeni úgy, hogy egy-egy polcra azonos vastagságú könyveket helyezzen. Mennyi lehet az állvány legkisebb hossza, ha mindegyik polc tele lesz könyvekkel? Hány könyv fér el mindegyik fajtából egy-egy polcon?

Megoldás:

A könyvek milliméterben kifejezett vastagsága: 18, 25 és 20. Az állvány hossza ezen számok legkisebb közös többszöröse. A legkisebb közös többszörös $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 = 900$.

Vagyis, az állvány hossza 900 mm = 90 cm.

Az egyes vastagságú könyvek száma az állványon:

900 : 18 = 50 (1,8 cm vastagságú könyvek)

900 : 25 = 36 (2,5 cm vastagságú könyvek)

900 : 20 = 45 (2 cm vastagságú könyvek).

Az egész számok halmazára szűkítettem a feladatot...

... hogy alkalmazzuk az oszthatóságot!

Tudni szeretnénk! A racionális számok milyen írásmódjai hasznosak a feladatok megoldásánál?

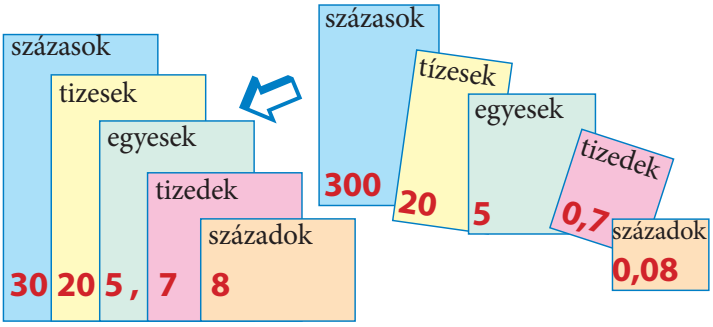
Emlékezzünk ...

- A természetes vagy tizedes számokat a 10-es számrendszerben a 0, 1, ... , 9 számjegyek segítségével írjuk fel.

  Példa: A 325,78 szám írásában, a 2-es számjegy a tizesek, a 8-as pedig a századok számát mutatja. A 325,78 így írható fel:

  $325{,}78 = 3 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0 + 7 \cdot 10^{-1} + 8 \cdot 10^{-2}$,

  ahol $10^{-1} = \frac{1}{10}$ és $10^{-2} = \frac{1}{100}$.



  A fenti összeg a 325,78 szám felírása a 10-es számrendszerben. Egy számnak a 10-es számrendszerben való felírása kifejezi ennek felbontását a 10 hatványainak ***összegeként***.

  Példa: $20\,015{,}038 = 2 \cdot 10^4 + 0 \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0 + 0 \cdot 10^{-1} + 3 \cdot 10^{-2} + 8 \cdot 10^{-3} =$

  $= 20\,000 + 10 + 5 + 0{,}03 + 0{,}008$

- Bármely természetes szám felírható prímszámok ***szorzataként***.

  Példák: $234 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 13 = 2 \cdot 3^2 \cdot 13$

  $468 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 13 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 13$

  $3072 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^{10} \cdot 3$

234	2
117	3
39	3
13	13
1	

- A racionális számok két ekvivalens formába írhatók: a tizedes vessző segítségével (tizedes törtként), vagy törtvonal segítségével (közönséges törtként).

  Példák:

  – Véges tizedes törtek: $0{,}7 = \frac{7}{10}$, $2{,}75 = 2 + \frac{75}{100} = \frac{275^{(25}}{100} = \frac{11}{4}$

  – Tiszta szakaszos tizedes törtek: $0{,}(1) = \frac{1}{9}$, $1{,}(34) = 1\frac{34}{99} = \frac{133}{99}$ vagy $1{,}(34) = \frac{134-1}{99} = \frac{133}{99}$

  – Vegyes szakaszos tizedes törtek: $0{,}4(1) = \frac{41-4}{90} = \frac{37}{90}$, $2{,}3(16) = 2\frac{316-3}{990} = 2\frac{313}{990} = \frac{2293}{990}$.

Szóbeli magyarázat Fogalmazd meg az átalakítási szabályokat mindhárom esetben.

Megoldott feladat / Hasonló megoldások

Határozd meg a 24 természetes szám osztóinak számát.

Péter, Anna és Eszter különbözőképpen oldották meg a feladatot.

Péter:

Leírtam a számokat 1-től 24-ig és aláhúztam a 24 osztóit.

1 2 3 4 5 6 7 8 9
10 11 12 13 14 15
16 17 18 19 20 21
22 23 24.

Tehát, 24-nek 8 osztója van.

Anna:

Megkerestem a 24 legkisebb osztóit, majd elosztottam a 24-et a talált osztókkal, és társítottam az osztókat a hányadosokkal:

1 és 24; 2 és 12;
3 és 8; 4 és 6.

Következésképpen, 24-nek 8 osztója van.

Eszter:

Felhasználtam a tényezőkre bontást: $24 = 2^3 \cdot 3$.

A 24 osztói $2^a \cdot 3^b$ alakúak, ahol $a \in \{0, 1, 2, 3\}$, $b \in \{0, 1\}$.

Mivel a 4 értéket vehet fel és b-nek 2 értéke lehet, a $2^a \cdot 3^b$ számnak 8 különböző értéke van.

Ezért 24-nek 8 osztója van.

Szóbeli magyarázat! Melyik megoldás tűnik gyorsabbnak? Hát érdekesebbnek? Indokold a választ!

Kitűzött feladatok

1. Írd le az összes 10 és 30 közötti természetes számokat és húzd alá a prímszámokat.

2. Emeld ki az egészeket: $\frac{15}{7}$; $\frac{20}{3}$; $\frac{31}{5}$.

3. a) Írd tizedes törtként az alábbi számokat: $\frac{5}{4}$; $\frac{14}{3}$; $\frac{23}{12}$

b) Írd közönséges törtként az adott racionális számokat: 2,35; 4,(6); 1,2(4).

4. Írd fel a $\frac{24}{7}$; $\frac{42}{5}$; –5,23; 13,85 számok egymás utáni egész szomszédait.

Példa: $-4 < \mathbf{-3{,}86} < -3$.

5. Bontsd prímtényezők szorzatára a következő számokat: 63; 630; 6300.

6. Írd a felsorolásban szereplő számokat a 10 hatványainak összegeként, a példának megfelelően: 2853; 308; 41,5; 28,06; 3,619; 43,28.

Példa: $\mathbf{375} = 3 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10 + 5$;

$\mathbf{42{,}96} = 4 \cdot 10 + 2 + 9 \cdot 10^{-1} + 6 \cdot 10^{-2}$.

7. Dani felbontotta az 1050-et prímtényezők szorzatára, és a következő egyelőséget kapta:

$$1050 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7.$$

Használd Máté eredményét, és bontsd prímtényezők szorzatára: 10500; 2100; 3150.

8. A 3,45-öt felbontjuk a következőképpen:

$$3{,}45 = 3 + 0{,}45.$$

Ebben a felírásban 3 az *egész rész*, 0,45 pedig a *tört rész*. Járj el hasonlóan a $\frac{15}{4}$; $\frac{39}{26}$ számok felbontásánál.

9. Hány természetes osztója van 180-nak?

10. Emma képes kitalálni egy számjegyet a műveletekben szereplő számok ismerete nélkül! Íme egy példa!

Emma: – Írj egy természetes számot!
Dani: – (Leírta a 2195-öt)
Emma: –Írd más sorrendbe a számjegyeket!
Dani: – (Leírta a 9512-t)
Emma: – Vond ki a számokat, törölj ki egy számjegyet az eredményből, és mondd meg a kapott számot!
Dani: – 737!
Emma: – Az 1-es számjegyet törölted ki!

Hogy találta ki Emma a kitörölt számjegyet?

11. a) Ismert az a tény, hogy bármely természetes szám felírható a 2 különböző hatványainak összegeként. Írd fel ily módon a 18, 25 és 47 számokat.

b) Igaz az a tény, hogy bármely természetes szám felírható a 3 különböző hatványainak összegeként?

Válaszd ki, és oldd meg 5 percben!

A Bontsd prímtényezők szorzatára az 50-et.

B Foglald a $\frac{402}{5}$ számot két egymás utáni egész szám közé.

C Határozd meg az összes $\overline{2a7b}$ alakú 90-nel osztható természetes számot.

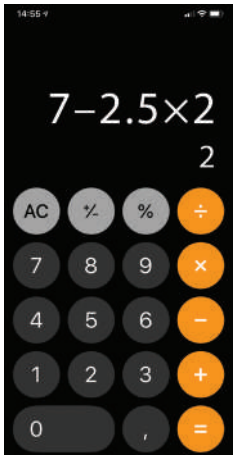
2. lecke A racionális számokkal végzett műveletek elvégzésének sorrendje. Inverz műveletek

Problémahelyzet

Péter egy laptopot, Emma pedig a számológépét használta néhány aritmetikai művelet elvégzéséhez. A következő billentyűket használták:

7 – 2 . 5 * 2 =

Ugyanazokat a billentyűket használták, ugyanabban a sorrendben, mégis Péter és Emma különböző eredményeket kapott: 9-et, illetve 2-t. Hibáztak a tanulók? Hibásan működik a laptop vagy a telefon?



A billentyűzetről bevitt számok 7; 2,5 és 2...

...az elvégzett műveletek pedig a kivonás és a szorzás.

Tudni szeretnénk!

Melyik a műveletek elvégzésének helyes sorrendje?
Milyen kapcsolat áll fenn a műveletek között?

Megoldjuk a problémahelyzetet!

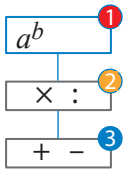
Az egyik számológép tudományos módba volt állítva, a másik pedig a $7 - 2{,}5 \cdot 2$ műveletet végezte el és nem a $(7 - 2{,}5) \cdot 2$.

A zárójelek megváltoztatják a számolásban a sorrendet!

Emlékezzünk ...

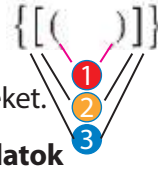
•A műveletek elvégzésének sorrendje:

- 1 hatványozás,
  2 szorzás vagy osztás,
  3 összeadás vagy kivonás.



$60 - 4^3 \cdot 0{,}5 = 60 - 64 \cdot 0{,}5 = 60 - 32 = 28$

- 1 a kerek zárójelben
  2 a szögletes zárójelben
  3 a kapcsos zárójelben levő műveleteket.



$7 + 2 \cdot \{1 + 2 \cdot [3 + 4 \cdot (6 - 5)]\} = 37$

•Aritmetikai műveletek közötti kapcsolatok

Az összeadás és a kivonás egymás inverz műveletei.

Példa:

$2{,}4 \xrightarrow{+1{,}3} 3{,}7 \xrightarrow{-1{,}3} 2{,}4$

$\frac{1}{2} \xrightarrow{-\frac{2}{3}} -\frac{1}{6} \xrightarrow{+\frac{2}{3}} \frac{1}{2}$

A szorzás és az osztás (nem nulla tényezőkkel) egymás inverz műveletei.

Példa:

$5{,}2 \xrightarrow{\times 1.5} 7{,}8 \xrightarrow{:1{,}5} 5{,}2$

$\frac{2}{5} \xrightarrow{:\frac{2}{3}} \frac{3}{5} \xrightarrow{\times\frac{2}{3}} \frac{2}{5}$

Figyeld meg a fenti ábrákat. Gondolkozz és magyarázd meg mindegyik működését.

Gondolkodjunk kritikusan és építően!

Megoldott feladat / Hasonló megoldások

A számológépen Péter beütött egy számot, majd elvégezte az ábrán látható műveleteket. Péter barátai megpróbálták megtalálni azt a számot, amivel Péter kezdte a műveleteket.

$$\boxed{?} \xrightarrow{+\,3{,}5} \boxed{?} \xrightarrow{\times\,0{,}4} \boxed{1{,}88}$$

Tamás: Elvégeztem a műveleteket fordított sorrendben!

$$\boxed{1{,}2} \xleftarrow{-\,3{,}5} \boxed{4{,}7} \xleftarrow{:\,0{,}4} \boxed{1{,}88}$$

Anna: Egy egyenletet használtam. x-szel jelöltem a kiinduló értéket.

Íme az egyenlet:

$(x + 3{,}5)\cdot 0{,}4 = 1{,}88$

$x + 3{,}5 = 1{,}88 : 0{,}4$

$x = 4{,}7 - 3{,}5$. Tehát $x = 1{,}2$

Szóbeli magyarázat Miért használta Anna a zárójelet, amikor felírta a feladathoz tartozó egyenletet? Melyik megoldást találod érdekesebbnek? Miért?

Kitűzött feladatok

1. Végezd el:

a) $1{,}4 - 4{,}58$; $0{,}5\cdot 1{,}3$; $2{,}96 : 0{,}4$;

b) $\frac{4}{5} + \frac{2}{3}$; $\frac{5}{3} - \frac{7}{2}$; $\frac{12}{5}\cdot\frac{15}{16}$; $\frac{-1}{6} : \frac{2}{9}$.

2. Számítsd ki: $1{,}(2) + 0{,}3(8)$; $2{,}7 \cdot 0{,}(3)$; $5{,}(4) : 0{,}(7)$.

3. Válaszd ki a helyes választ! $2{,}5 + 1{,}5 \cdot 3 =$.

A. 12; **B.** 6; **C.** 7; **D.** 9.

4. Dani és Emma az ábrát így értelmezték:

$$\boxed{1{,}5} \xrightarrow{+\,2} \boxed{?} \xrightarrow{\times\,3} \boxed{?}$$

Dani: $(1{,}5 + 2) \cdot 3 =$

Emma: $1{,}5 + 2 \cdot 3 =$

Kinek van igaza?
Végezd el a műveleteket mindkét esetben.

5. Mennyi a területe egy 7 m kerületű négyzetnek?

6. Számítsd ki egy négyzet alakú kijelző területét, ha oldalának hossza 2,5 dm .

7. Számítsd ki $(1{,}6 + 4{,}3)^2$, majd $1{,}6^2 + 4{,}3^2$. Miért különböznek az eredmények?

8. Számítsd ki a zöld ábra területét és kerületét tudva, hogy a négyzetháló elemének oldalhossza 0,5 cm.

9. Egy téglalap alakú ablak hosszúsága 2,3 m és szélessége 1,8 m. Számítsd ki az ablak kerületét és területét.

10. Határozd meg azt a legkisebb, nem nulla n természetes számot, amelyre $48\cdot n$ teljes négyzet.

11. Bizonyítsd be, hogy létezik 100 egymás utáni természetes szám, amelyek között nem találunk teljes négyzetet.

12. Mutasd ki, hogy a $2^{308}\cdot 3^{462}$ szám teljes négyzet, de a $2^{491}\cdot 3^{186}$ nem teljes négyzet.

13. A $2 - 2\cdot 3 + 4 : 5$ műveletsorba illessz egy zárójelet úgy, hogy az eredmény legyen:

a) pozitív; **b)** negatív.

14. Az n számjegyből álló P természetes szám számjegyei nem mind egyenlőek, ha bizonyos módon megváltoztatjuk a számjegyek sorrendjét, a Q természetes számot kapjuk ,amelyre: $P + Q = \underbrace{99...9}_{n\ \text{számjegy}}$.

a) Találj egy ilyen P számot, ha $n = 6$.

b) Igazold, hogy a P számjegyeinek n száma páros.

Válaszd ki, és oldd meg 5 percben!

A Egy 1,2 m egyenlő oldalú háromszög kerülete egyenlő egy négyzet kerületével. Mennyi a négyzet területe?

B Egy téglalap alakú tábla területe 12 m², az egyik oldalának hossza pedig 2,5 m. Számítsd ki a téglalap kerületét.

C Számítsd ki:

$1 - (1 - (1 - .... - (1 - 1)...))$

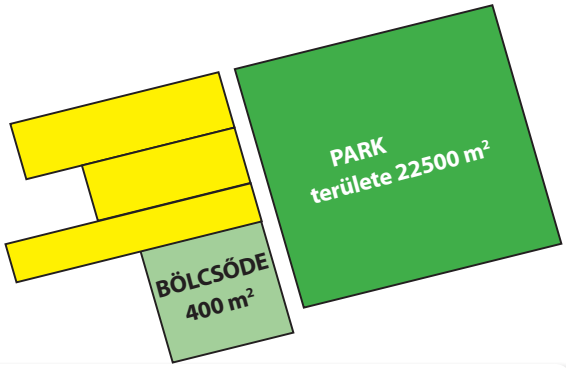
(100 zárójel van kinyitva és 100 zárójel van bezárva).

3. lecke A négyzetszám négyzetgyöke

Problémahelyzet

A város építési terve előírja Anna lakókerületében egy bölcsőde építését 400 m^2 területre. Milyen hosszú annak a parcellának az oldala, amelyre a bölcsőde épül?

Megoldom próbálgatással:
$10^2 = 100$, és $20^2 = 400$.
Tehát a parcella oldalhossza 20 m.



Tudni szeretnénk! Hogy számítjuk ki egy négyzet oldalának hosszát, ha tudjuk ennek területét?

Hasonlítsuk össze!

Mi a hasonlóság és mi az eltérés a két feladat közt?

A. A négyzet alakú sportpálya oldalának hossza 30 m. Mennyi a sportpálya területe?

Mégoldás:
Jelöljük T-vel a pálya területét.
Akkor: $T = 30^2 = 900$.
Tehát a pálya területe 900 m^2.

B. Egy négyzet alakú járdalap területe 900 cm^2. Milyen hosszú a járdalap oldala?

Megoldás:
Jelöljük L-lel a lap oldalának hosszát.
Akkor: $L^2 = 900$; $L^2 = 30^2$; $L = 30$.
Tehát a járdalap oldalának hossza 30 cm.

Megfigyelünk és következtetünk!

A 30 az $L^2 = 30^2$ egyenlet megoldása, ahol L az ismeretlen.
Ez az egyetlen *pozitív* megoldása az adott egyenletnek.
Azt mondjuk, hogy 30 négyzetgyöke a 900-nak.

Jelöljük:	*Olvassuk:*	*Ellenőrizzük:*
$\sqrt{900} = 30$	900 gyöke egyenlő 30.	$30 \geq 0$ és $30^2 = 900$.

A négyzetgyökvonás a négyzetre emelés invez művelete.

$$900 \xrightarrow{\sqrt{\ }} 30 \xrightarrow{\square^2} 900$$

Megoldjuk a problémahelyzetet!

A város építési terve előírja Anna lakókerületében egy 22 500 m^2 területű park építését is. Mennyi az épülő park oldalának hossza?

Megoldás:
A fenti értelmezés alapján, a park oldalának hossza $\sqrt{22\,500}$. Ahhoz, hogy meghatározzuk ezt a számot, a 22 500-at felbontjuk prímtényezők szorzatára és kimutatjuk, hogy teljes négyzet:
$22\,500 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^4 = (2^1 \cdot 3^1 \cdot 5^2)^2$. A keresett szám $2^1 \cdot 3^2 \cdot 5^2 = 150$. Ellenőrizzük: $150^2 = 22\,500$.

Értelmezés! Ha az a természetes szám teljes négyzet, akkor az n természetes számot, amelyre $a = n^2$ a *az* szám négyzetgyökének nevezzük. Így írjuk: $n = \sqrt{a}$.

Következtetünk ...

Kiszámítható egy nem természetes szám négyzetgyöke?

$\sqrt{2{,}25} = ?$

Gondolkodhatunk így: Egy négyzet alakú parcella területe 2,25 hm^2. Átalakítva 2,25 hm^2 = 22 500 m^2.
A parcella oldalhossza $\sqrt{22\,500} = 150$ (méter), vagyis 1,5 hm. Tehát: $\sqrt{2{,}25} = 1{,}5$.

Mérjük fel tudásunkat

1. Írd fel a 36-ot két tényező szorzataként úgy, hogy ezek legyenek:
   a) egyenlők; **b)** különbözők.
2. $\sqrt{36} = ?$
3. *Igaz vagy hamis?* $\sqrt{64} = 32$.

Megoldott feladat

Egy négyzet alakú kép üvegének területe 49 dm^2. Mennyi annak a lécnek a minimális hossza, amelyből a keret készül?

Megoldás:

Kiszámítjuk a kép egy oldalának a hosszát: $L = \sqrt{49} = 7$ dm.

A kép keretének minimális hossza egyenlő ennek kerületével, vagyis $4 \cdot 7$ dm $= 28$ dm.

- Mit gondolsz, a fenti feladat miért kéri a keret *minimális* hosszát?
- Alkalmazhatjuk ugyanezt a gondolatmenetet egy téglalap alakú keret minimális hosszának kiszámításához, ha tudjuk ennek területét?

Gondolkodjunk kritikusan és építően!

Kitűzött feladatok

1. Számítsd ki:

a) $28{,}2 \cdot 2{,}14$; **b)** $2{,}0 \cdot 1{,}24$; **c)** $0{,}13^3$; **d)** $0{,}4^5$;
e) $0{,}1^2$; **f)** $2{,}3^2$; **g)** $1{,}5^2$; **h)** $3{,}2^3$; **i)** $10{,}3^3$.

2. Számítsd ki:

a) $0{,}5 \cdot \frac{4}{5}$; **b)** $2\frac{1}{5} \cdot 0{,}75$; **c)** $1{,}25 \cdot 4 \cdot \frac{2}{5}$.

3. Melyek teljes négyzetek a következő számok közül? Miért?

$2 \cdot 5$; $3^2 \cdot 5^2$; $2^4 \cdot 5^2$; $2^2 \cdot 3^2 \cdot 7^4$; 100^0; $(7 \cdot 11)^2$.

4. Számítsd ki: $\sqrt{16}$; $\sqrt{64}$; $\sqrt{144}$; $\sqrt{256}$.

5. Mutasd ki, hogy az $a = 2^5 \cdot 3^7 \cdot 6^3$ szám teljes négyzet, majd számítsd ki $\sqrt{a}$-t.

6. Bontsd prímtényezők szorzatára, majd számítsd ki a teljes négyzetek négyzetgyökeit: 3600; 288; 1250; 1125; 432; 8100; 1764.

7. Melyek igazak a következő kijelentések közül?

A. $\sqrt{49} = 7$; **B.** $\sqrt{36} = 18$; **C.** $\sqrt{25} = -5$; **D.** $\sqrt{1} = 0$.

8. Számítsd ki:

a) $5 - 0{,}5^3$; **b)** $5^3 - 0{,}5$; **c)** $5 + 0{,}5^3$;
d) $0{,}5^3 \cdot 5$; **e)** $5^3 \cdot 0{,}5$; **f)** $0{,}5^3 + 5^3$;
g) $5^3 \cdot 0{,}5^3$; **h)** $5^3 - 0{,}5^3$.

9. Határozd meg a piros rész területét, ha a négyzetháló elemének oldalhossza 0,5 cm.

10. Egy négyzet alakú járólap oldalának hossza 15 cm. Mennyi a lap területe?

11. Egy négyzet alakú szőnyeg kerülete 18 m. Mennyi felületet takar a szőnyeg?

12. Egy négyzet alakú kert területe 1600 ha. Milyen hosszú a kertet körülvevő kerítés?

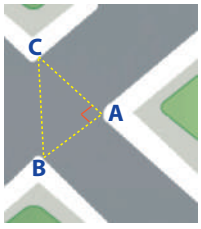
13. Számítsd ki két tizedes pontossággal:

a) 70 : 19; **b)** 15,26 : 13; **c)** 57,8 : 9;
d) 0,45 : 0,7; **e)** 0,03 : 0,5; **f)** 106,6 : 1,7.

14. Egy téglalap méretei 12 m és 75 m. Számítsd ki annak a négyzetnek az oldalát, amelynek területe egyenlő a téglalap területével.

15. Egy háromszög oldalainak hossza 10 m, 10 m és 12 m. Számítsd ki a háromszög területét.

16. Az ábrázolt útkereszteződésben $AB = 12$ m, $AC = 16$ m, $AB \perp AC$. Számítsd ki BC hosszát.



17. **a)** Igazold, hogy $a \cdot 0{,}25 = a : 4$;

b) Végezd el egyszerűen:
$120 \cdot 0{,}25$; $0{,}25 \cdot 3600$; $4{,}12 \cdot 0{,}25$;
$9{,}6 \cdot 0{,}25$.

18. Számítsd ki az $N = 1 + 2 + 3 + \ldots + 288$ szám négyzetgyökét.

19. **a)** Mutasd ki, hogy a $44 - 8$ és $4444 - 88$ műveletek eredménye két teljes négyzet.

b) Számítsd ki $\sqrt{444444 - 888}$.

Válaszd ki, és oldd meg 5 percben!

A Számítsd ki $\sqrt{36}$ és $\sqrt{81}$.

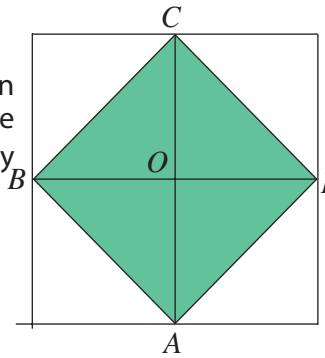
B Számítsd ki $\sqrt{144}$ és $\sqrt{2500}$.

C Határozd meg az a és b számjegyeket, ha $\sqrt{\overline{3ab}} = 19$.

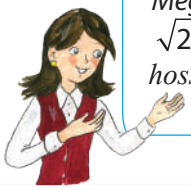
4. lecke Egy szám négyzetgyökének becslése

Problémahelyzet

Tibi lerajzolta egy négyzethálós lapra (egy kis négyzet oldala 1 cm) a képen látható $ABCD$ zöld ábrát. Aztán behajtotta a külső fehér sarkokat és azt vette észre, hogy ezek teljesen lefedik a zöld ábrát. Arra az eredményre jutott, hogy az $ABCD$ egy négyzet, melynek területe 2 cm^2. Mennyi az oldal hossza?



Valóban, $ABCD$ négyzet, ezt könnyen igazolhatom, mivel a BOC, COD, DOA és AOB egyenlő szárú, derékszögű háromszögek kongruensek. Következik, hogy $AB = \sqrt{2}$ cm.



De a 2 nem teljes négyzet! Mit jelenthet a $\sqrt{2}$? Megfigyelem, hogy $\sqrt{2}$ az AB szakasz hossza, tehát $\sqrt{2}$ is egy szám!

Megmérhetném az $ABCD$ négyzet oldalát, de a mérés pontatlan! (mm - ben, tized mm-ben?)

Tudni szeretnénk! Hogy közelítjük meg egy olyan szám négyzetgyökét, amelyik nem teljes négyzet?

Elemezzük!

A fenti ábrán, az $ABCD$ négyzet területe 2 cm^2. A négyzet AB oldaláról kijelenthetjük:

- $AB > AO$ (egy háromszög átfogója nagyobb, mint bármelyik befogója), tehát $AB > 1$ cm;
- $AB < AO + OB$ (a háromszög egyik oldala kisebb, mint a másik két oldal összege), tehát $AB < 2$ cm.

Arra következtetünk, hogy $\sqrt{2}$ egy 1 és 2 közötti szám. Tehát $1 < \sqrt{2} < 2$.

Értelmezés Ha a egy pozitív szám, akkor a b pozitív számot, amelyre $a = b^2$ az a négyzetgyökének nevezzük. Így írjuk: $b = \sqrt{a}$. A $\sqrt{a}$ az egyetlen pozitív szám, amelynek négyzete egyenlő a - val.

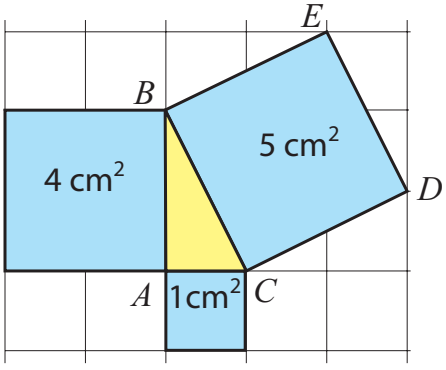
Tehát $\sqrt{5}$ az a pozitív szám, amelynek négyzete egyenlő 5-tel.

Emlékezzünk...

Tudjuk, hogy a derékszögű háromszög átfogójára szerkesztett négyzet területe egyenlő a háromszög befogóira szerkesztett négyzetek területeinek az összegével.

A mellékelt ábrán látható $BCDE$ négyzet területe 5 cm^2; tehát a BC szakasz hossza $\sqrt{5}$ cm.

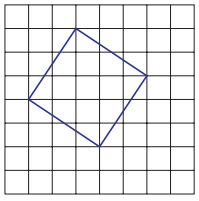
Mivel $AB < BC < AB + AC$, ezért $\sqrt{5}$ egy 2 és 3 közötti szám.
$2 < \sqrt{5} < 3$.



Mérjük fel tudásunkat

1. Milyen hosszú a négyzet oldala, ha a területe: **a)** 25 cm^2; **b)** 100 cm^2; **c)** 5 cm^2; **d)** 17 cm^2?
2. Helyezd a $\sqrt{6}$-ot: **a)** két tetszőleges természetes szám közé; **b)** két egymás utáni természetes szám közé.
3. Tudjuk, hogy 4 + 9 = 13. Egy derékszögű háromszög befogóira szerkessz olyan négyzeteket, amelyek területei 4 és 9, majd a $\sqrt{13}$-at foglald két egymás utáni természetes szám közé.

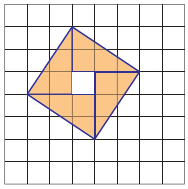
Megoldott feladat / Hasonló megoldások



A tanulók ki kellett számítsák az ábrán látható négyzet oldalának hosszát, amely egy 1 cm oldalhosszú négyzetrácson van ábrázolva. Íme két megoldás.

Tamás: Először kiszámítom a négyzet területét, felbontva ezt alkotó részeire.

Ha átrendezzük az ábrán látható 4 színes derékszügű háromszöget, akkor egy téglalapot kapunk, melynek területe 12 cm^2. Középen marad egy négyzet, melynek oldala 1 cm.



Az adott négyzet területe 13 cm^2, tehát oldalának hossza $\sqrt{13}$ cm.

Eszter: Az AOB derékszögű háromszögben alkalmazva Pitagorasz tételét kapjuk, hogy:

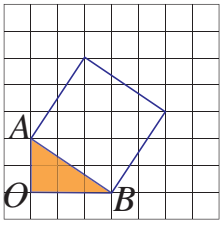
$AB^2 = AO^2 + OB^2$,

$AO = 2$ cm és $OB = 3$ cm.

Tehát: $AB^2 = 2^2 + 3^2$

$AB^2 = 13$.

Következik: $AB = \sqrt{13}$ cm.



Gondolkodjunk kritikusan és építően!

① Használhatott volna Eszter más derékszögű háromszöget a négyzet oldalának kiszámításához?

② Foglald az eredeti négyzetet egy nagyobb négyzetbe, melynek oldalai vízszintesek vagy függőlegesek. Használjátok ezt az ábrát a területének, majd az oldal hosszának kiszámításához.

Kitűzött feladatok

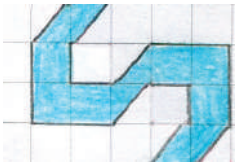
1. Melyek a helyes kijelentések?

a) $\sqrt{6} = 3$; **b)** $\sqrt{25} = 5$; **c)** $\sqrt{3} \geq 1$; **d)** $\sqrt{7} \leq 2$.

2. Válaszd ki a helyes választ! $\left(\sqrt{6}\right)^2 =$

A. 36; **B.** 3; **C.** 12; **D.** 6; **E.** $\sqrt{6}$.

3. Közelítsd meg egy egész számmal a kék ábra milliméterben kifejezett kerületét tudva, hogy a négyzetháló oldalhossza 5 mm.

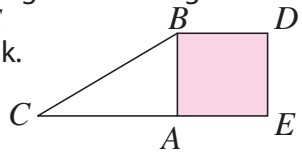


4. Számítsd ki egy négyzet oldalának hosszát, amelynek a területe egyenlő egy téglalap területével, amelynek a méretei 6 cm és 2 cm.

5. Egy négyzet oldala $\sqrt{7}$ cm. Mennyi a területe?

6. Szerkessz négyzethálós lapra (a négyzetek oldala 5 mm) egy négyzetet, amelynek területe:
a) 9 cm^2; **b)** 8 cm^2; **c)** 10 cm^2. Melyiknek van ezek közül a leghosszabb oldala? Miért?

7. Az ábrán látható derékszögű háromszög AB befogójára az $ABDE$ négyzetet szerkesztettük. Ha $AC = 3$ cm és $BC = 4$ cm, számítsd ki:
a) az $ABDE$ területét;
b) a BD szakasz hosszát.



8. Dani egy négyzet alakú udvar központjában áll, melynek területe 18 ár. Hány méterre áll Dani az udvar sarkaitól?

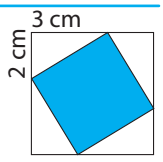
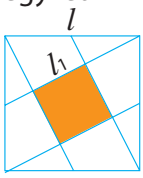
9. Anna három négyzet alakú kartont feldarabolt, majd a darabokból egy négyzet alakú puzzle-t rakott össze. Az eredeti darabok oldalainak hossza 4 dm, 6 dm és 9 dm. Milyen hosszú az Anna által készített puzzle oldalának hossza?

10. A képen látható ábra 5 négyzetből áll, amelyek egy bizonyos szabály szerint vannak elhelyezve. **a)** Számítsd ki a képen látható négyzetek oldalának hosszát tudva, hogy a színes négyzet területe 50 cm^2. **b)** Másold be az ábrát a füzetedbe, és egészítsd ki egy újabb négyzettel, követve ugyanazt a szabályt. Milyen hosszú az általad rajzolt négyzet oldala?

Válaszd ki, és oldd meg 5 percben!

A Írd a füzetedbe azokat a számokat a felsoroltak közül, amelyek 4 és 5 között vannak:
3,45; 4,5; $\sqrt{7}$; 4,(5); $\sqrt{18}$; $-4{,}5$; $\sqrt{20{,}25}$.

B Számítsd ki a színes négyzet oldalának hosszát.



C Az $l = 10$ cm oldalú négyzet csúcsai össze vannak kötve a szemben fekvő oldalak felezőpontjaival. Számítsd ki l_1 hosszát.